



УТВЕРЖДАЮ
Ректор УрГУПС

А.Г. Галкин

2024 г.

ПРОГРАММА вступительного испытания по математике

Программа по математике для поступающих составлена на основе Обязательного минимума содержания основных образовательных программ и Требований к уровню подготовки выпускников средней школы (приказ Минобразования России от 05.03.2004 № 1089 «Об утверждении федерального компонента Государственных стандартов начального общего, основного общего и среднего (полного) общего образования») и состоит из трёх разделов.

Первый из них представляет собой перечень основных математических понятий и фактов, которыми должен владеть поступающий и уметь использовать их при решении задач.

Во втором разделе указаны основные формулы и теоремы курса школьной математики, которые должен знать поступающий.

В третьем разделе сформулированы требования к практическим навыкам, которыми должен владеть поступающий для успешной сдачи вступительного экзамена.

Вступительный экзамен по математике в УрГУПС проводится в форме теста. При выполнении теста проверяются знания, умения, навыки, полученные при освоении программы полного среднего образования с учетом обязательного минимума содержания основных образовательных программ.

Основные математические понятия

1. Арифметика, алгебра и начала анализа.

1. Натуральные числа. Простые и составные числа. Делитель, кратное. Общий делитель. Наибольший общий делитель (Н.О.Д.). Общее кратное. Наименьшее общее кратное (Н.О.К.). Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.

2. Целые числа. Рациональные числа, действия над ними. Сравнение рациональных чисел.

3. Действительные числа, их представление в виде десятичных дробей. Изображение чисел на прямой. Абсолютная величина действительного числа, ее свойства и геометрический смысл. Числовые промежутки.

4. Числовые выражения. Выражения с переменными. Тождественно равные выражения. Формулы сокращенного умножения.

5. Степень с натуральным показателем, ее свойства. Определение и свойства арифметического корня. Степень с рациональным показателем, ее свойства.

6. Одночлены и многочлены, действия над ними. Корень многочлена.

7. Понятия логарифма, свойства логарифмов.

8. Понятие функции. Способы задания функций (аналитический, табличный, графический). Область определения, область значений функции. Функция, обратная данной. Понятие сложной функции.

9. График функции, нули функции, интервалы знакопостоянства. Интервалы монотонности. Экстремумы функции. Четные и нечетные функции. Периодические функции.

10. Достаточное условие монотонности функции на промежутке. Необходимое и достаточное условия экстремума функции. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

11. Определение и основные свойства функций: линейной: ($y = kx + b$), квадратичной ($y = ax^2 + bx + c$), степенной ($y = ax^n, n \in \mathbb{Z}$), показательной ($y = a^x, a > 0, a \neq 1$), логарифмической ($y = \log_a x, a > 0, a \neq 1$), тригонометрических функций ($y = \sin x, y = \cos x, y = \operatorname{tg} x$), обратных тригонометрических функций.

12. Уравнения с одной или несколькими переменными. Корни (решения) уравнения. Область допустимых значений (О.Д.З.) уравнения. Равносильность уравнений.

13. Неравенства. Множество решений неравенства. Равносильность неравенств.

14. Системы уравнений и неравенств. Определение решения системы уравнений и системы неравенств. Равносильные системы уравнений и системы неравенств.

15. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формулы n -го члена и суммы n первых членов арифметической и геометрической прогрессий.

16. Тригонометрические функции острых и произвольных углов. Основные тригонометрические тождества. Теоремы сложения и вычитания. Преобразование в произведение сумм $\sin \alpha \pm \sin \beta, \cos \alpha \pm \cos \beta, \operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta$. Тригонометрические функции двойных и половинных углов. Формулы приведения.

17. Понятие производной, ее геометрический и физический смысл.

18. Производные основных элементарных функций. Правила дифференцирования. Производная сложной функции.

2. Геометрия.

1. Прямая, луч, отрезок, ломаная, длина отрезка. Угол, величина угла, единицы его измерения (градус, радиан). Вертикальные и смежные углы. Параллельные прямые.

2. Треугольник, его медианы, высоты, биссектрисы, их свойства. Виды треугольников. Средняя линия треугольника. Равнобедренный треугольник, свойства его углов и сторон, свойство биссектрисы угла при вершине равнобедренного треугольника.

3. Четырехугольники: параллелограмм, ромб, квадрат, трапеция и их свойства.

4. Центральные и вписанные углы, их измерение.

5. Окружность, круг. Центр, хорда, радиус, диаметр. Касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор и сегмент круга. Длина окружности.

6. Площадь фигуры. Признаки подобия треугольников. Отношение площадей подобных фигур.

7. Правильные многоугольники. Зависимости между стороной и радиусами вписанной и описанной окружностями для правильного многоугольника.

8. Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости.

9. Прямая в пространстве. Параллельность прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью. Перпендикуляр к плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости.

10. Двугранный угол. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность плоскостей.

11. Многогранники, их вершины, ребра, грани, диагонали. Призмы, пирамиды. Правильные призмы, правильные пирамиды. Параллелепипеды и их виды.

12. Тела вращения: цилиндр, конус, шар. Центр, диаметр, радиус, сферы и шара. Плоскость, касательная к сфере.

13. Формулы площади поверхности призмы, пирамиды, цилиндра, конуса, сферы.

14. Формулы объема параллелепипеда, призмы, пирамиды, цилиндра, конуса, сферы.

Основные формулы и теоремы.

1. Алгебра и начала анализа.

1. Свойства функции $y = kx + b$ и ее график.

2. Свойства функции $y = \frac{k}{x}$ и ее график.

3. Свойства функции $y = ax^2 + bx + c$ и ее график.

4. Формула корней квадратного уравнения.

5. Формулы сокращенного умножения.

6. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители.

7. Свойства числовых неравенств.

8. Логарифм произведения, частного, степени.
9. Определения и свойства функций $y = \sin x$, $y = \cos x$, и их графики.
10. Определение и свойства функции $y = \operatorname{tg} x$ и ее график.
11. Решения уравнений вида $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$.
12. Зависимости между функциями одного и того же аргумента (основные тригонометрические тождества).
13. Формулы приведения.
14. Тригонометрические функции двойного аргумента.
15. Производные основных элементарных функций. Правила дифференцирования (производная суммы, разности, произведения и частного двух функций). Производная сложной функции.

2. Геометрия.

1. Свойства равнобедренного треугольника.
2. Свойства точек, равноудаленных от концов отрезка.
3. Признаки параллельности прямых.
4. Сумма углов треугольника. Сумма внутренних углов выпуклого многоугольника. Признаки параллелограмма.
5. Окружность, описанная около треугольника. Окружность, вписанная в треугольник.
6. Касательная к окружности и ее свойство.
7. Измерение угла, вписанного в окружность.
8. Признаки подобия треугольников.
9. Теорема Пифагора.
10. Формулы площадей треугольника, параллелограмма и трапеции.
11. Признаки параллельности прямой и плоскости. Признак параллельности плоскостей. Признак перпендикулярности прямой и плоскости.
12. Теоремы о параллельности и перпендикулярности плоскостей.
14. Теоремы о трех перпендикулярах.

Основные умения и навыки.

Поступающий должен уметь:

1. Производить арифметические действия над числами, заданными в виде десятичных и обыкновенных дробей; с требуемой точностью округлять результаты вычислений.
2. Проводить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные; выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.
3. Строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций.
4. Решать уравнения и неравенства первой, второй степеней, а также уравнения и неравенства, приводящиеся к ним; решать системы уравнений и

неравенств первой и второй степеней, а также приводящиеся к ним (сюда, в частности, относятся простейшие уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции).

5. Решать текстовые задачи, составляя математическую модель содержания, при помощи уравнения или системы уравнений.

6. Изображать геометрические фигуры на чертеже и проводить простейшие построения на плоскости.

7. Использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, а методы алгебры и тригонометрии - при решении геометрических задач.

8. Пользоваться понятием производной при исследовании функций на монотонность, на экстремумы и при построении графиков.