

РАСЧЕТ МОДЕЛИ С ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОЙ ПОДЪЁМНОЙ СИЛОЙ

А.Е. Тумасов, 3-й курс (руководитель – О.Б. Соколов, д.ф.-м.н.)

В настоящей работе на примере простой модели изучается природа подъемной силы, которая появляется при движении мощных сверхпроводящих магнитов поезда в структуре проводящих контуров пути.

«JR-Maglev» — японская система скоростных поездов на магнитной подвеске. На испытательном участке опытный состав из трёх вагонов модификации MLX01 установил абсолютный рекорд скорости для железнодорожного транспорта — 581 км/ч [1].

Поезда «JR-Maglev» движутся в канале, образованном боковыми стенками пути, в которых расположены замкнутые проводящие контуры [2]. При увеличении скорости появляется электродинамическая компенсация веса вагона под действием сил, действующих на сверхпроводящие магниты, установленные на поезде [3].

Такая схема позволяет развивать бóльшие скорости, обеспечивает бóльшую безопасность пассажиров в случае эвакуации и простоту в эксплуатации [1].

Таким поездам требуются дополнительные колёса при движении на малых скоростях (до 150 км/ч). А при достижении этой скорости колёса отделяются от земли и поезд «летит» на расстоянии нескольких сантиметров от поверхности (рис. 1 и 2) [4].



Рис. 1. Поезд «JR-Maglev» [1]

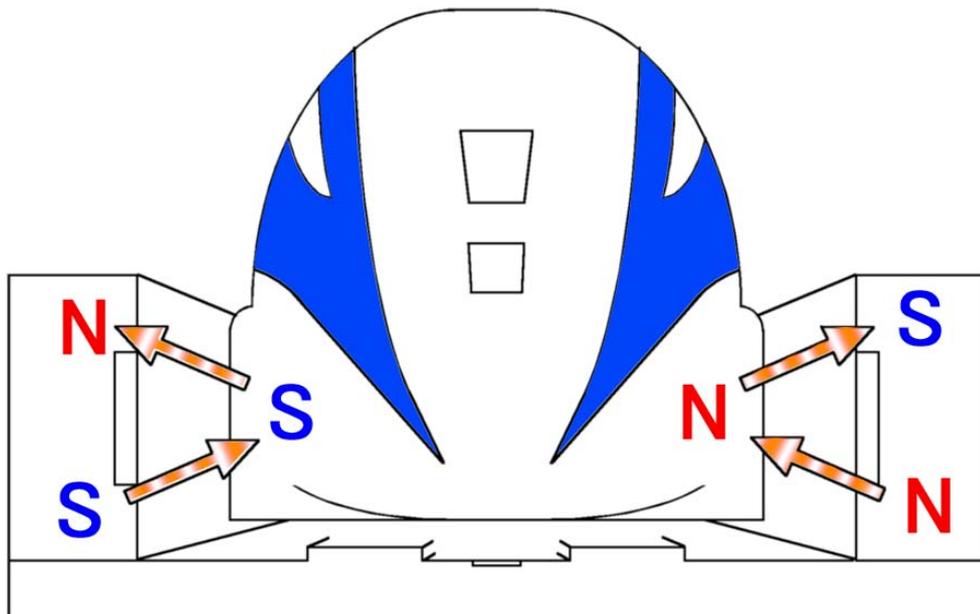


Рис. 2. Система левитации [4]

Анализ механической системы

Пусть магнитный диполь m , ориентированный вдоль оси Y , движется по оси X в направлении комплекса из четырех токопроводящих контуров (рис. 3).

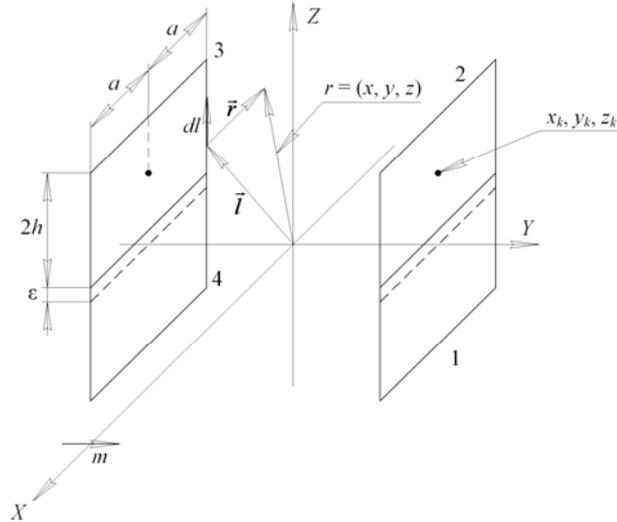


Рис. 3. Схема механической системы

Движение происходит из положения x_0 с начальной скоростью V_0 ($V_0 < 0$). Будем считать, что на диполь действует постоянная сила F_x ($F_x > 0$), компенсирующая силу трения $F_{тр.} = rP_n$ ($F_{тр.} > 0$), когда влиянием электродинамической подвески можно пренебречь. В этом случае сила нормального давления P_n равна весу диполя P , результирующая сила вдоль оси X равна нулю, и тело движется равномерно вдоль оси X на встречу с комплексом токопроводящих контуров. При приближении к токопроводящим контурам должна появляться подъемная сила $F_z > 0$. Сила нормального давления будет уменьшаться $P_n = P - F_z$, а вместе с нею и сила трения. Вдоль оси X появится результирующая сила, магнитный диполь начнет ускоряться. А при прохождении контуров равновесие сил снова восстановится, магнитный

диполь будет двигаться равномерно, но с большей по модулю, чем вначале пути, скоростью. Так все должно происходить, если других сил вдоль оси X нет.

На рис. 3 изображен комплекс из четырех токопроводящих контуров; «восьмерка» – слева и справа от плоскости XZ , на равном расстоянии. Каждый контур длиной – $2a$, высотой – $2h$. Между контурами пролегает траектория движения магнитного диполя (m) – ось X . Ось X смещена вниз на расстояние ε относительно середин «восьмерок».

Нам необходимо определить: напряженность магнитного поля, вызванную магнитным диполем, в любой точке пространства; магнитный поток через сечение каждого контура; ЭДС в контурах, вызванную движением магнитного диполя; электромагнитные свойства контура (R , L); токи, протекающие в контурах; магнитную индукцию, вызванную токами в контурах; суммарную подъемную силу, действующую на магнитный диполь со стороны контуров, а также построить график движения диполя между контурами.

Напряженность магнитного поля, создаваемая магнитным моментом \vec{m} в точке, расположенной в направлении, задаваемом вектором \vec{n} , на расстоянии r от него, определяется выражением

$$\vec{H} = \frac{3(\vec{n} \cdot \vec{m})\vec{n} - \vec{m}}{r^3}.$$

Для решения данной задачи нужно найти проекции магнитного поля на координатные оси в любой точке (x, y, z) , если магнитный диполь находится в произвольной точке (x_d, y_d, z_d) . Например:

$$\begin{aligned} \vec{H}_y &= m_y \frac{3(y - y_d)^2 - r^2}{r^5}; \\ \vec{H}_z &= m_y \frac{3(y - y_d)(z - z_d)}{r^5}; \\ r &= \sqrt{(x - x_d)^2 + (y - y_d)^2 + (z - z_d)^2}. \end{aligned}$$

Теперь найдем поток магнитного поля через контур прямоугольной формы, перпендикулярный оси Y , с размерами по осям X и Z , равными $2a$ и $2h$

соответственно. Пусть центр контура расположен в точке (x_k, y_k, z_k) . Выберем вектор площади в направлении оси Y .

$$\Phi_y = \int \vec{B} d\vec{S} = km_y \int_{(x_k-a)(z_k-h)}^{(x_k+a)(z_k+h)} \frac{2(y_k - y_d)^2 - (x_k - x_d)^2 - (z_k - z_d)^2}{\sqrt{((x_k - x_d)^2 + (y_k - y_d)^2 + (z_k - z_d)^2)^{5/2}}} dz dx.$$

Найдем ЭДС, вызванную изменением магнитного потока, проходящего через площадь контура, если диполь движется со скоростью V_0 :

$$E(t) = -\frac{d}{dt}\Phi.$$

Ток в контуре, вызванный движением диполя, можно найти по закону Ома:

$$E(t) - L \frac{d}{dt}i(t) = i(t)R.$$

Магнитное поле прямоугольного контура с током:

$$B_z = kI \oint \frac{y' dlx}{\sqrt{((x')^2 + (y')^2 + (z')^2)^{3/2}}}.$$

Сила, действующая на диполь со стороны контура с током:

$$F_z(x, y, z) = m_y \frac{\partial}{\partial y} B_{Cz}(x, y, z).$$

Уравнение движения магнитного диполя:

$$mx''(t) = F_x + r(mg - F_1(x(t))I_1(t) - F_2(x(t))I_2(t)).$$

Решение сводится к решению системы дифференциальных уравнений для $x(t)$, $x'(t)$, $I_1(t)$, $I_2(t)$. Запишем задачу для программы «Odesolve» («Mathcad»).

Основные данные:

масса магнитного диполя – $m = 10$, кг;

постоянная сила тяги – $F_x = -1$, Н;

коэффициент трения – $r = 0,01$;

гравитационная постоянная – $g = 10$, м/с²;

активное сопротивление замкнутого контура – $R = 10^{-6}$, Ом;

индуктивность замкнутого контура – $L = 10^{-6}$, Гн.

Начальные условия:

начальное положение диполя – $x(0) = 25$, м;

начальная скорость диполя – $v(0) = -5$, м/с;

ток в первом контуре – $I_1(0) = 0$, А;

ток во втором контуре – $I_2(0) = 0$, А.

Система уравнений:

$$\begin{cases} v(t) = x'(t); \\ x''(t) = \frac{F_x}{m} + \frac{r}{m}(mg - F_1[x(t), I_1(t)] - F_2[x(t), I_2(t)]); \\ I_1'(t) = \frac{1}{L} E_1(x(t), v(t)) - \frac{R}{L} I_1(t); \\ I_2'(t) = \frac{1}{L} E_2(x(t), v(t)) - \frac{R}{L} I_2(t). \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ v \\ I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \text{Odesolve} \left[\begin{pmatrix} x \\ v \\ I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}, t, 10, 1000 \right].$$

Решение системы уравнений удобно представить в виде графиков зависимости скорости движения, токов в контурах и подъемной силы от координаты магнитного диполя (рис. 4–6).

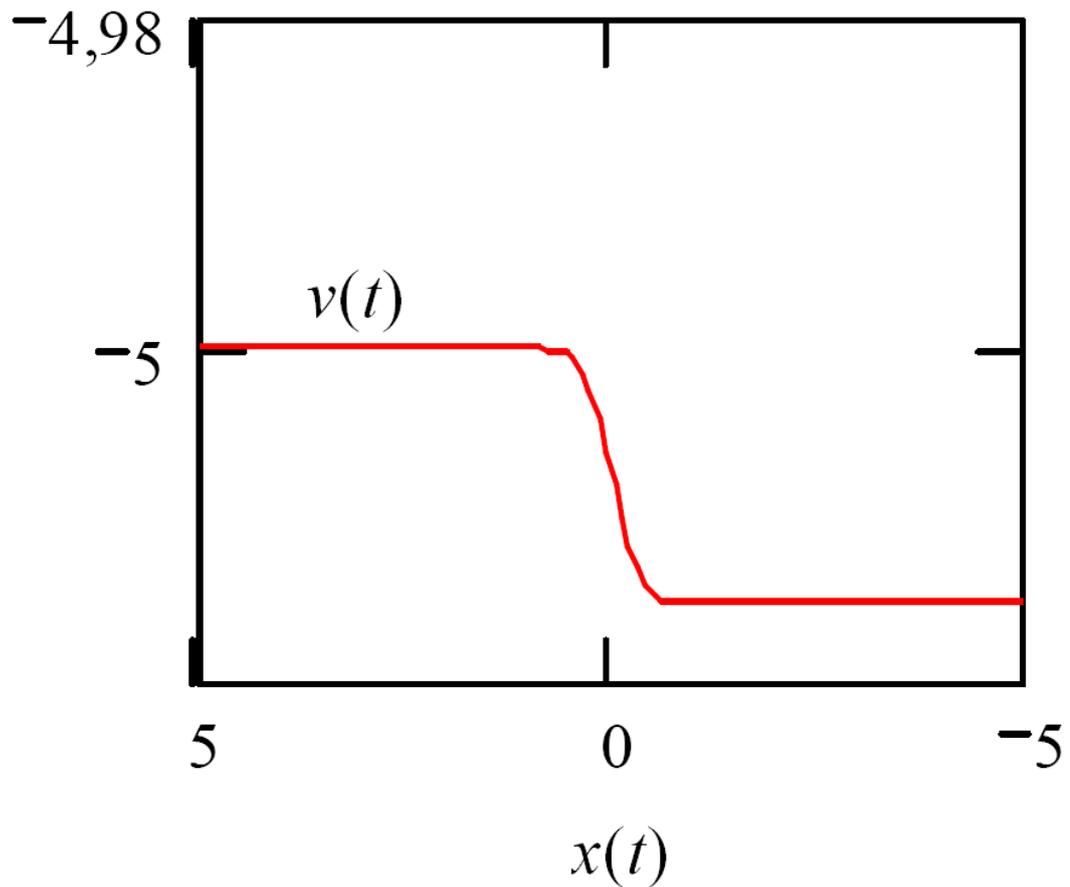


Рис. 4. Зависимость скорости движения диполя от координаты

На графике зависимости скорости движения диполя от координаты (положения относительно контуров с током) видно, что при проследовании диполя между контурами его скорость увеличивается (рис. 4).

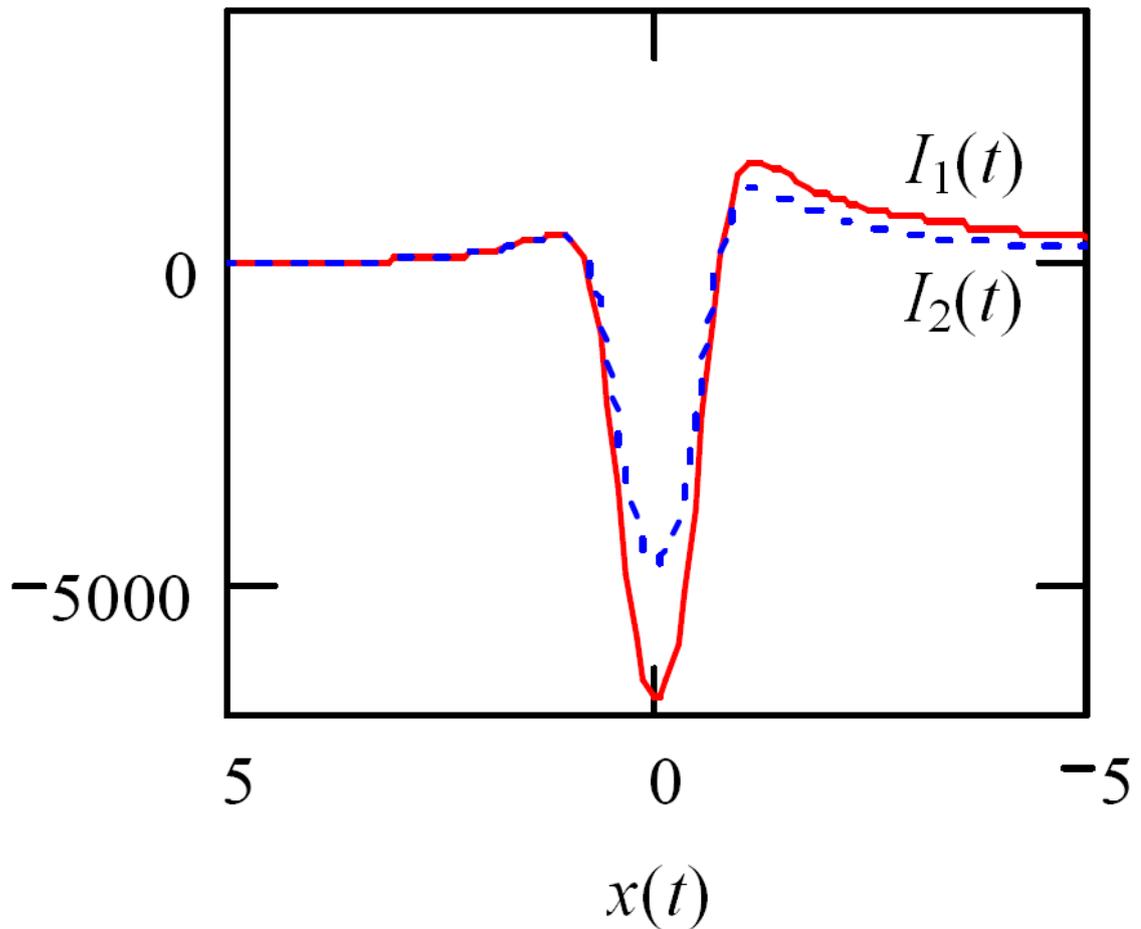


Рис. 5. Зависимость токов в верхнем и нижнем контурах от координаты диполя

На графике (рис. 5) показаны зависимости токов в верхнем и нижнем контурах от координаты (положения относительно контуров с током). Из графика видно, что в нижних контурах наводится больший ток, а значит, они сильнее взаимодействуют с магнитным диполем.

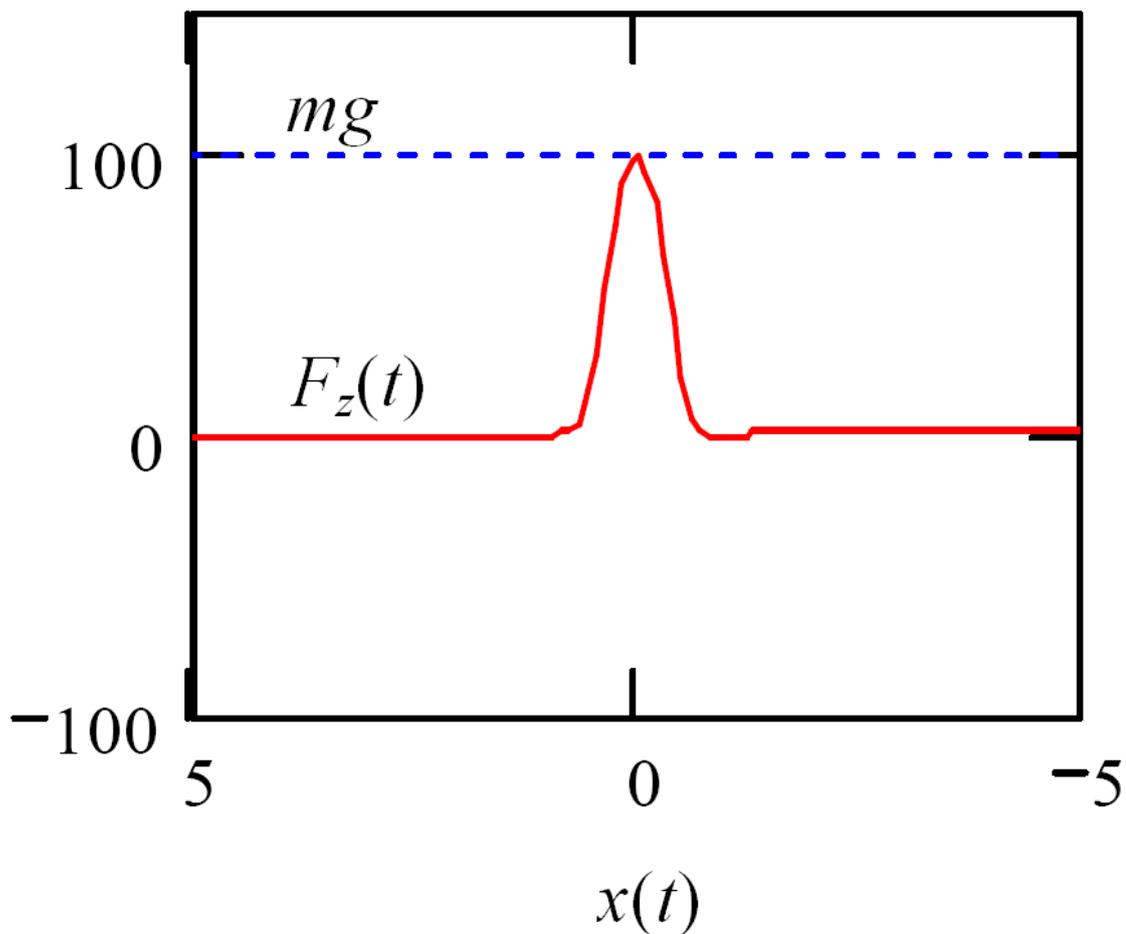


Рис. 6. Зависимость подъёмной силы от координаты диполя

График на рис. 6 показывает изменение подъёмной силы от координаты (положения магнитного диполя относительно контуров с током). Видно, что при проследовании диполя между контурами подъёмная сила достигает уровня силы тяжести и магнитный диполь начинает «левитировать».

Авторы выражают благодарность проф. О.Б. Соколову, руководителю курсовой работы, на основе которой проводилось настоящее исследование, а также проф. Г.А. Тимофеевой за постоянный интерес к данной работе.

Литература

1. *Superconducting magnetically levitated vehicle [Электронный ресурс] // Railway Technical Research Institute. – http://www.rtri.or.jp/rd/maglev/html/english/maglev_introduction_E.html.*

2. *Guideway of the Yamanashi Maglev Test Line [Электронный ресурс] // Railway Technical Research Institute. – http://www.rtri.or.jp/rd/maglev/html/english/yamanashi_guideway_E.html.*

3. *SCM of the Yamanashi Maglev Test Line [Электронный ресурс] // Railway Technical Research Institute. – http://www.rtri.or.jp/rd/maglev/html/english/yamanashi_scm_E.html.*

4. *Principle of Maglev [Электронный ресурс] // Railway Technical Research Institute. – http://www.rtri.or.jp/rd/maglev/html/english/yamanashi_principle_E.html.*