

Вариант
письменной работы по математике
на вступительных экзаменах в УрГУПС

1. Вычислить:
$$\frac{\left(3\frac{4}{5} - 0,3\right) : 4\frac{2}{3} + 1\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{7}}{2\frac{2}{5} - 2,15}$$
.
2. Упростить до числового ответа выражение:
$$\left(\frac{1}{x+3} - \frac{x}{x^2+6x+9}\right) : \frac{1}{x+3} + \frac{2x+3}{x+3}$$
.
3. Решить уравнение: $\sqrt{2x+7} = x+2$.
4. Решить неравенство: $\frac{x-5}{2} - \frac{1}{3} \leq \frac{x-7}{6}$.
5. Найти область определения функции: $y = \lg(2x^2 - 5x - 3)$.
6. Решить уравнение: $2^{7x-4} \cdot \left(\frac{1}{16}\right)^{x+2} = 8$.
7. Основания равнобедренной трапеции равны 14 и 26, а боковая сторона равна 10. Найти площадь трапеции.
8. Решить уравнение: $\log_2(x+3) + \log_2(x-3) = 3$.
9. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x^2 - y^2 - 4x - 1 = 0, \\ x + y = 3. \end{cases}$$
10. Расстояние между двумя станциями равно 120 км. Скорый поезд проходит этот путь на один час быстрее, чем товарный. Найти скорость скорого поезда, если известно, что она на 20 км/час больше скорости товарного.
11. Упростить до числового ответа выражение:
 $\cos 2\alpha - 6 \cos 120^\circ \cdot \cos^2 \alpha + 5 \sin^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 60^\circ$.
12. Вычислить $2 \sin^2 60^\circ + 15 \operatorname{ctg}^2 \alpha - 18 \cos 2\alpha$, если $\sin^2 \alpha = \frac{2}{3}$.
13. Найти в градусах решение уравнения $(2,5 - \cos 60^\circ) \cdot \sin 6x = 1$, удовлетворяющее условию $50^\circ < x < 80^\circ$.
14. Основание прямой призмы – прямоугольный треугольник ABC, один из катетов которого равен 10, а гипотенуза равна 20. Диагональ большей боковой грани призмы образует с плоскостью основания угол, синус которого равен $\frac{1}{7}$. Найти объем призмы.